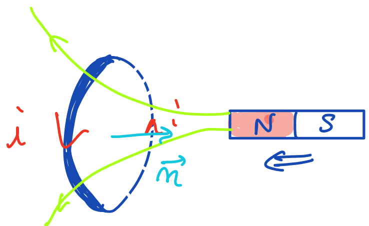
TD R9

Exercice 1

Version qualitative "pure" (loi de Lenz) : cf cours

Version loi de Faraday.

1)



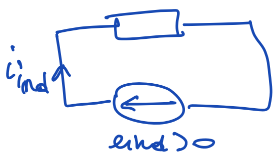
$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = -BS$

$e_{ind} = -\frac{d\phi}{dt}$ or $\underbrace{|\phi| \nearrow \text{ et } \phi < 0}_{\phi \searrow}$

$\Rightarrow \frac{d\phi}{dt} < 0$

Donc $\underline{e_{ind} > 0} \Rightarrow i_{ind} > 0$

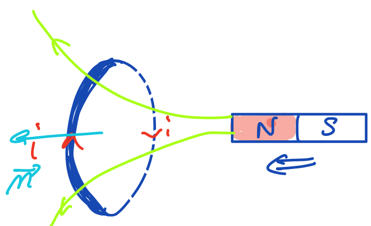
(Schéma élec :



$e_{ind} = Ri_{ind} > 0$

$\rightarrow \underline{i_{ind} > 0}$.)

2)



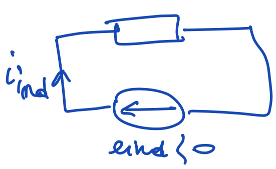
$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS$

$e_{ind} = -\frac{d\phi}{dt}$ or $\underbrace{|\phi| \nearrow \text{ et } \phi > 0}_{\phi \nearrow}$

$\Rightarrow \frac{d\phi}{dt} > 0$

Donc $\underline{e_{ind} < 0} \Rightarrow i_{ind} < 0$

(Schéma élec :



$e_{ind} = Ri_{ind} < 0$

$\rightarrow \underline{i_{ind} < 0}$.)

Exercice 2

1) On a par définition $\Phi_1 = L_1 i_1$ avec $\Phi_1 = \iint_{S_1} \vec{B_1} \cdot d\vec{S}$

On a $\phi_1 = N \iint_{\text{1 spire de } S_1} \mu_0 n i_1 \vec{e_z} \cdot dS\, \vec{u_z} = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} i_1 \pi R_1^2$

On a donc $\boxed{L_1 = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} \pi R_1^2}$

De la même façon, $\boxed{L_2 = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} \pi R_2^2}$

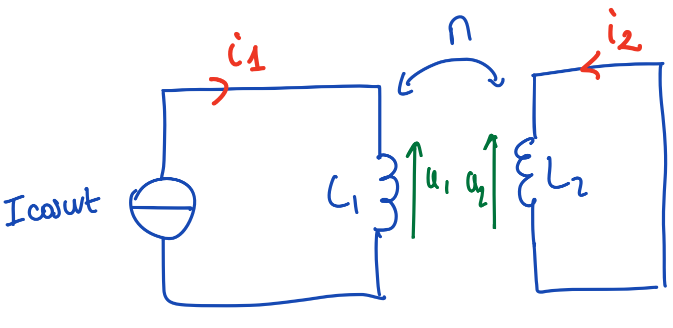
Par ailleurs, on a $\Phi_{1\to2} = M i_1$ et $\Phi_{2\to1} = M i_2$

Il est facile de calculer $\phi_{2\to1}$ car $\vec{B_2}$ est uniforme sur S_1 :

$$\Phi_{2\to1} = \iint_{S_1} \vec{B_2} \cdot d\vec{S} = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} i_2 \pi R_1^2$$

On a donc $\boxed{M = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} \pi R_1^2 = L_1}$

2) On a le schéma électrique équivalent :



On a $u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$

$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} = 0$$

On a donc $\frac{di_2}{dt} = -\frac{M}{L} \frac{di_1}{dt}$ en intégrant $i_2(t) = -\frac{M}{L} i_1(t) + \text{cte}$

On peut supposer que si il n'y a pas de phénomène de mutuelle induction, $i_2(t) = 0$ donc cte $= 0$.

On a donc $\boxed{i_2 = -\frac{M}{L} I \cos \omega t}$ amplitude $\frac{M}{L} I$.

3) $\vec{B_{int}} = \vec{B_1} + \vec{B_2} = \mu_0 \frac{N}{\ell} (i_1 + i_2) \vec{e_z} = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \left(1 - \frac{M}{L}\right) \cos(\omega t)\, \vec{e_z}$

Exercice 3

1) Le circuit 2 est ouvert, donc il ne peut pas y avoir d'intensité y circulant.

On aurait $u_2 = L\frac{di_2}{dt} = 0$, mais il faut ici prendre en compte également le phénomène de mutuelle induction : $u_2 = M\frac{di_1}{dt} + 0$

2) On a $u_2 = M\frac{di_1}{dt}$ or $u_1 = Ri_1$

$$\boxed{u_2 = \frac{M}{R}\frac{du_1}{dt}}$$

3) Posons $u_1(t) = U_1\cos(\omega t)$

On a $u_2 = -\frac{M}{R}\omega U_1 \sin \omega t$

On a donc $\frac{U_2}{U_1} = \frac{M\omega}{R}$

Donc $M = \frac{RU_2}{U_1\omega} = \frac{100 \times 0{,}7}{3 \times 2\pi \times 2.10^3} = \underline{0{,}0013\ H} = 1{,}3\ mH$

4) Pour avoir le coef M le plus grand possible, il faut "capter" le plus de flux créé par la bobine voisine : la position optimale est donc proche, face à face de même axe.

Exercice 4.

1) Lorsque la spire n'est pas entièrement dans le champ, le flux varie car la surface plongée dans le champ augmente avec la chute du cadre.

Il y a donc création d'un courant qui engendre une force de Laplace s'opposant à la chute. $\Rightarrow$ i sera dans le sens MNOP

Une fois que la spire est entièrement dans le champ, il n'y a plus de variation de flux $\Rightarrow$ il n'y a plus de courant.

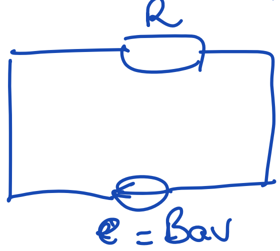
Si la spire n'est pas entièrement dans le champ

2) La loi de Faraday, appliquée avec les conventions d'orientation de la Q1 :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad \Phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = -Baz$$

$$e = Ba\frac{dz}{dt} = Bav$$

Le schéma électrique équivalent :



$$Ri = e = Bav$$

$$\boxed{i = \frac{Ba}{R}v}$$

Si la spire est entièrement dans le champ : $e = 0$ et $i = 0$.

3) On applique le PFD à la spire ; selon l'axe Oz :

$$m\ddot{z} = \vec{F}_{Lap}\cdot\vec{e_z} + mg$$

$$\vec{F}_{Lap} = -ai\vec{e_x} \wedge B\vec{e_y} = -iaB\vec{e_z}$$

$$\boxed{m\ddot{z} = -iaB + mg}$$

$$m\dot{v} = -\frac{Ba}{R} v \times aB + mg$$

$$\boxed{\dot{v} + \underbrace{\frac{B^2a^2}{mR}}_{=\frac{1}{\tau}} v = g}$$

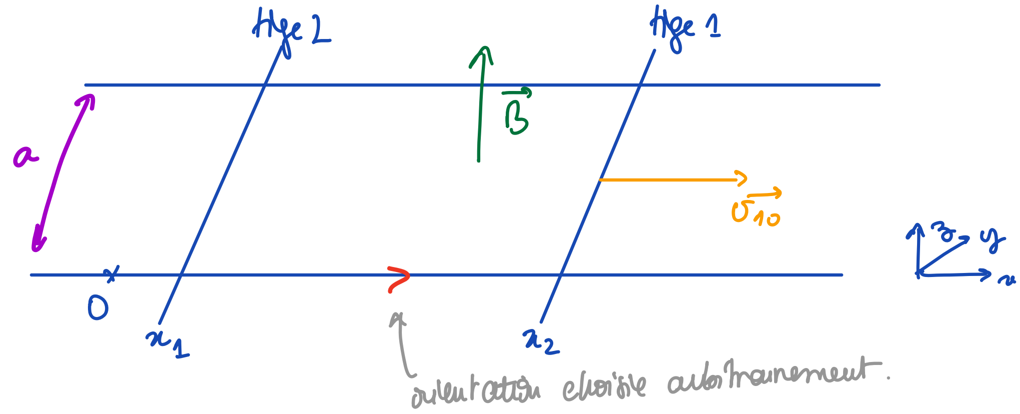
ED 1 ordre

9) Ainsi $v(t) = \lambda e^{-t/\tau} + \frac{mgR}{B^2a^2}$

or $v(0) = 0 = \lambda + \frac{mgR}{B^2a^2}$

Donc $\boxed{v(t) = \frac{mgR}{B^2a^2}\left(1 - e^{-t/\tau}\right).}$

Exercice 5



1) En déplaçant la tige 1, on augmente la surface du circuit.

Avec l'orientation arbitraire proposée sur le schéma, on a donc le flux ϕ qui augmente.

D'après la loi de Lenz il y aura donc création d'un courant qui par ses effets s'opposera à cette augmentation du flux :

→ il crée un champ $\vec{B}$ dont le flux compense l'augmentation du flux donc $i_{induit} < 0$

→ il crée une force de Laplace sur la tige 2 et sur la tige 1 de façon à diminuer l'augmentation de la surface
cela implique bien $i_{induit} < 0$. (tige 2 se déplace vers tige 1 qui est freinée)

À l'état final, on a probablement les 2 tiges se déplaçant à même vitesse.

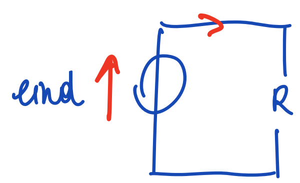
2) D'après la loi de Faraday $e_{ind} = -\dfrac{d\phi}{dt}$

or $\phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oplus B\, a\, (x_2 - x_1)$ avec l'orientation choisie ici ! $\ominus$ si vous avez choisi l'autre sens.

Donc $\boxed{e_{ind} = -Ba\,(v_1 - v_2)}$

⚠ l'énoncé n'est pas très sympa d'avoir noté x_1 la position de la tige 2 mais v_2 sa vitesse ...

3) On a le schéma électrique équivalent :



$e_{ind} = Ri$ ie $\underline{i = -\dfrac{Ba}{R}(v_1 - v_2)} < 0$ (cohérent avec la réponse du 1)

4) Appliquons le PFD à $\{1+2\}$: on suppose que l'opérateur n'exerce plus de force

$$m\frac{d\vec{v_1}}{dt} + m\frac{d\vec{v_2}}{dt} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_{Lap1} + \vec{F}_{Lap2}$$

$$/\vec{u_x} \quad m\left(\frac{dv_1}{dt} + \frac{dv_2}{dt}\right) = \left(a i \vec{u_y} \wedge \vec{B}\right).\vec{u_x} + \left(a i (-\vec{u_y}) \wedge \vec{B}\right).\vec{u_x}$$

$$\frac{d(v_1+v_2)}{dt} = 0 .$$ On a donc $v_1(t) = -v_2(t) + cte$

or $v_1(0) = v_{10}$ et $v_2(0) = 0$

Donc $cte = v_{10}$

ie $\boxed{v_1(t) = -v_2(t) + v_{10}}$

5) Appliquons le PFD à $\{1\}/\vec{u_x}$

$$m\frac{dv_1}{dt} = \left(a i \vec{u_y} \wedge \vec{B}\right).\vec{u_x} = Bai = Ba \times \left(-\frac{Ba}{R}(v_1 - v_2)\right)$$

$$= -\frac{B^2a^2}{R}(v_1 - v_2) = -\frac{B^2a^2}{R}(v_1 + v_1 - v_{10})$$

$$\boxed{\frac{dv_1}{dt} + \frac{B^2a^2}{mR}2v_1 = \frac{B^2a^2}{Rm}v_{10}}$$

6) On a donc, en posant $\tau = \frac{mR}{2B^2a^2}$ $\quad v_1(t) = Ae^{-t/\tau} + \frac{v_{10}}{2}$

ayant $v_1(0) = v_{10}$, on a $A + \frac{v_{10}}{2} = v_{10}$ ie $A = \frac{v_{10}}{2}$

Au final
$$\boxed{\begin{aligned} v_1(t) &= \frac{v_{10}}{2}\left(1 + e^{-t/\tau}\right) \\ v_2(t) &= v_{10} - v_1(t) = \frac{v_{10}}{2}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \end{aligned}}$$